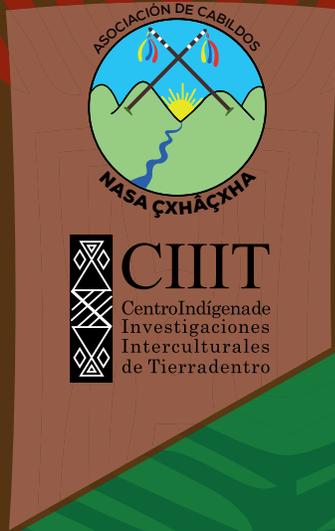


ASOCIACIÓN DE CABILDOS NASA ÇXHÃCXHA

RESOLUCIÓN 002 DE ENERO DE 1996
NIT: 817000260-2
CONSEJO DE EDUCACIÓN



LÍNEAS DE FORMACIÓN DOCENTE Didáctica de la matemática Isawejxatewe'sx pü'çxheçvxitna

por:
Leiby Cuetocue Pistala
Hugo Castro Ramos
Dummer Orozco Muñoz

EN EL MARCO DEL CONTRATO
325-2017 FIRMADO CON
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN Y CULTURA
DEL DEPARTAMENTO DEL CAUCA



CIIT
Centro Indígena de
Investigaciones
Interculturales
de Tierradentro

ASOCIACION DE CABILDOS NASA ÇXHÃÇXHA

RESOLUCIÓN 002 DE ENERO DE 1996
NIT: 817000260-2
CONSEJO EDUCATIVO

LÍNEAS DE FORMACIÓN DOCENTE Didáctica de la matemática Isawejxatewe'sx pü'çxheçvxitna

Todos los derechos
reservados

Se puede reproducir
siempre que se
cite la fuente





SEMINARIO TALLER DE DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS COHETANDO- PAEZ, CAUCA 2017

1. FORMADOR

Edier Henao Henao. Licenciado en Matemáticas – Magister en Educación, profundización en didáctica de las matemáticas.

1.1. Perfil

Me caracterizo por una sólida y actualizada formación académica, especialmente en el campo de la pedagogía y la educación matemática. Además poseo un profundo sentido de la ética personal y social. Comprometido plenamente con las filosofías institucionales, con mi profesión y con el desarrollo de la comunidad, especialmente en el campo de la formación de maestros, la educación de jóvenes y adultos y la formación en sectores populares y desfavorecidos.

1.2. Contacto

- E-mail: edierhenao@hotmail.com
- Celular: 313 749 97 90
- Twitter: @Edieryh

1.3. Estudios formales

- Maestría en Educación y Currículo, PUC – SP (Brasil, 2006)
- Especialización en Educación de Base, UFES-ES (Brasil, 2004)
- Curso de profundización en Didáctica de las Matemáticas, Universidad de Ginebra (Suiza, 2003)
- Licenciatura en Matemáticas, Universidad Católica de Oriente (Antioquia, 2003)

1.4. Publicaciones recientes

- Secuencias Didácticas Interdisciplinarias e Interculturales Módulos 1 y 2 (2016)
- Matemáticas y Pedagogía del TextO (2016)
- Módulo Fundamentos para la enseñanza de las matemáticas bajo el enfoque de la pedagogía del texto. Modelo Educativo Flexible

1.5. Experiencia laboral reciente

- Actual. 2017- 2016 – 2015. Universidad Católica de Oriente. Rionegro. Seminario Pedagogía del Texto en Maestría en Educación.



- Actual. 2012 a 2017. Organización Indígena de Antioquia. Formación de maestros/as indígenas en matemáticas. Perspectiva bilingüe e intercultural.
- Actual. 2017. Institución Universitaria Colegio Mayor de Antioquia. Medellín. Seminario Desarrollo del pensamiento Lógico y Docencia matemáticas. Coordinador de la modalidad Desconcentración de la Tecnología en Gestión Comunitaria
- 2016 – Enfants du Monde Guatemala – Universidad de San Carlos. Seminario Secuencias Didácticas Interdisciplinarias e interculturales. Didáctica de las matemáticas. (formación de maestros/as de comunidades Mayas)

2. FECHA Y LUGAR

Abril de 2017, Cohetando-Cauca

3. OBJETIVO

Profundizar con los maestros y maestras en opciones teórico-prácticas sugeridas desde las teorías de la Didáctica de las Matemáticas, que pudieran ser útiles para repensar su acción educativa, partiendo de sus conocimientos, experiencias y contexto.

4. JUSTIFICACIÓN

El seminario-taller de Didáctica de las Matemáticas propone el abordaje de opciones teórico-prácticas en el marco de la Didáctica de las Matemáticas bajo dos condiciones; por un lado, la necesidad de actualizar a los y las participantes en relación con algunos avances de la didáctica específica, que son de interés para el profesorado en todos los niveles de la educación y, por otro lado, la importancia de repensar la propia práctica educativa en aras de una permanente cualificación.

Algunas ideas básicas para provocar la reflexión son las siguientes:

- las matemáticas han sido construidas históricamente a partir de una gran diversidad de prácticas sociales, por lo cual su enseñanza y aprendizaje deberían estar en consonancia con dichas prácticas
- las matemáticas son, junto con la lengua, un “instrumento” de conocimiento, comunicación, interacción y resolución de problemas y por ello son objeto de enseñanza en todas las sociedades.
- las matemáticas como parte de un proceso formativo, podrían y deberían desarrollar en los y las participantes capacidades y competencias para transformar su propia realidad y la de su entorno; tal desarrollo sólo es posible con el dominio tanto de los conocimientos matemáticos implicados como de la didáctica de los mismos.



En particular, se reflexionará con los participantes en torno a cuestiones didácticas fundamentales que tienen que ver con la búsqueda de respuesta a la preguntas ¿para qué enseñar las matemáticas?, ¿qué contenidos enseñar de las mismas? y ¿cómo hacerlo de una manera eficaz, pertinente y flexible?

5. CONTENIDOS

5.1. Introducción

- Saludo
- Objetivos
- Perfil de participantes

5.2. Actividad de Diagnóstico inicial: Concepciones y conocimientos didácticos.

5.3. Las matemáticas objeto de enseñanza (perspectiva de la enculturación matemática)

5.4. La didáctica de las matemáticas y conceptos afines (transposición, efectos, contrato, ingeniería didáctica, etc.)

5.5. Criterios para la enseñanza de las matemáticas, opciones teórico-prácticas

- Desarrollo de capacidades
- Enfoque de resolución de problemas
- Recurso de la historia de las matemáticas

5.6. Puesta en marcha

- Taller 1 (primaria). El número racional (fracciones, decimales y porcentajes)
- Taller 2 (secundaria). Álgebra.

5.7. Planeación de una unidad didáctica.

6. METODOLOGÍA

- Exposición (participativa)
- Trabajo en equipos
- 2 talleres prácticos orientados
- Trabajo independiente: propuesta de profundización para próximo encuentro (lecturas varias y aplicación de talleres con aprendices en comunidades)



7. MATEMÁTICAS Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA: ELEMENTOS TEÓRICOS A MANERA DE MEMORIA Y PROVOCACIÓN

El presente apartado es un apoyo sobre elementos diversos en relación con la educación matemática, y algunos de sus referentes, que podrían resultar útiles a los participantes para posteriores profundizaciones según sus intereses sobre la investigación en el área. Los elementos específicos de la didáctica de algunos contenidos propios de la básica primaria y secundaria, y los materiales, son abordados de manera práctica en el seminario-taller.

La reflexiones hacen parte de una propuesta más amplia en la que viene trabajando el asesor Edier Henao, y cuyo objetivo está orientado a la formación de maestros. El desafío permanente será entonces, que los maestros participantes apropien reflexiones y elementos teórico-prácticos para trabajar con sus aprendices en la apropiación de los conocimientos y el desarrollo de capacidades y competencias matemáticas y así, puedan afrontar y participar en su propia transformación y en la de su entorno. Ello requiere que los contenidos matemáticos sean enseñados comprensivamente a los aprendices, partiendo de los conocimientos que poseen y de las situaciones del medio en el que viven.

7.1. Una reflexión inicial

Revisando sus conocimientos y experiencias

- Analice y escriba lo que son para usted las matemáticas y cómo ha sido su experiencia en la enseñanza y/o aprendizaje de las mismas.

A pesar de la diversidad de discusiones, enfoques y herramientas (didáctico/tecnológicas) con que se cuenta actualmente en el ámbito de la educación matemática, los resultados en nuestro país aún no son satisfactorios en diversas experiencias, salvo algunas excepciones. Aún se mantiene vigente la situación analizada hace casi tres décadas por Bishop (1991-1999) sobre los efectos que produce la educación matemática en los estudiantes, particularmente en los que experimentan el fracaso en relación con el aprendizaje de las matemáticas, el autor señala lo siguiente refiriéndose a los aprendices:

...siguen creyendo que las matemáticas son importantes, pero también que son difíciles – imposibles para muchos-, misteriosas, sin sentido y aburridas. No <<tratan>> de nada y provocan sentimientos de temor, de falta de confianza y, sin duda, de odio. Para algunos, llegan a provocar sentimientos de opresión y de estar bajo el dominio de alguien, no se sabe quién. (p.18).



En nuestro país, tal situación de alguna manera es constatada por los resultados insatisfactorios de los estudiantes en las pruebas nacionales e internacionales que consideran las competencias matemáticas de los mismos (Cfr. resultados pruebas PISA, SABER, ICSES, entre otras); pero también por las dificultades que presenta un alto porcentaje de estudiantes en carreras universitarias que implican una profundización de las matemáticas y por personas que aún sin una necesidad explícita de profundizar las mismas, experimentan dificultades para actuar matemáticamente en la cotidianidad. En este sentido, más allá de preparar a los estudiantes para esas pruebas, que de todas formas no dejan de ser un indicador, las capacidades requeridas por todos los ciudadanos para interactuar socialmente en contextos diversos (familiares, comunitarios, laborales y comerciales) deben ser revisadas y tratadas con más detalle. El fin de la educación no es que los estudiantes aprendan matemáticas para responder a las pruebas, algunas veces ajenas a su realidad, sino que, y en primer lugar, deben desarrollar capacidades y empoderarse para intervenir matemáticamente sobre su realidad y transformarla; transformación que, entre otras cosas, implica aprender a vivir con otros. En otras palabras, “aprender matemáticas no es simplemente aprender a *hacer* matemáticas (resolver problemas) sino aprender a *ser* en matemáticas. La diferencia entre ser y hacer es inmensa...” (Radford, 2006, p.114).

En esa dinámica de aprender a *ser*, las dimensiones ética, estética, política, histórica y cultural de las matemáticas también deberían ser consideradas en la acción educativa para cambiar la mirada sobre las matemáticas y poner en escena su rol en la formación de ciudadanos activos, agentes de su propia transformación y la de su entorno. Dejar de lado esas dimensiones en las clases de matemáticas, contribuye a aumentar las decepciones señaladas y el sentimiento en los aprendices de que las matemáticas son un conocimiento estático, ya acabado, con referentes sociales limitados y a veces hasta inútil. Es en este punto una propuesta adecuada debería jugar un rol importante, buscando la transformación, tanto en los educadores como en los aprendices, de su forma de ver y de aproximarse a las matemáticas.

7.2. Concepciones sobre las matemáticas y su enseñanza

Las definiciones y concepciones sobre las matemáticas son diversas y dependen generalmente de las experiencias de aprendizaje para el caso de la población en general y de las teorías o campos profundizados para el caso de los educadores matemáticos. La forma de entender y asumir el conocimiento matemático y sus aplicaciones difiere tanto entre los mismos profesores -las investigaciones así lo demuestran (lineamientos curriculares, 1998, p.21)- como entre los matemáticos, los ingenieros o entre aquellas personas que sólo se remiten al conocimiento matemático bajo las exigencias cotidianas comunes. Sin embargo, también es frecuente encontrar algunos elementos comunes en esas formas de entender las matemáticas. A manera de ejemplo, se presentan a continuación algunas definiciones que circulan en nuestro medio.

Díaz (1979, p.97) define la matemática como la ciencia que estudia las propiedades de los entes abstractos, las figuras geométricas, números... y las relaciones que se establecen entre ellos. Según



el autor, en la actualidad se trata de unificar las diferentes ramas de las matemáticas; las mismas vienen a ser un compendio de disciplinas relacionadas: lógica, aritmética, teoría de conjuntos, álgebra, análisis, cálculo de probabilidades, geometría, etc.

Por su parte, la propuesta de los Lineamientos curriculares señala que, “en términos muy generales, la matemática es el estudio de los números y el espacio. Más precisamente es la búsqueda de patrones y relaciones. La matemática es una manera de pensar caracterizada por procesos tales como la exploración, el descubrimiento, la clasificación, la abstracción, la estimación, el cálculo, la predicción, la descripción, la deducción y la medición entre otros...”¹

Sucesivamente, encontraríamos otras formas de asumir lo que son las matemáticas, en unos casos desde una mirada más conceptual y abstracta, y en otros, más práctica, de utilidad en lo cotidiano. También, lo que puede resultar más productivo para efectos pedagógicos, existen consideraciones de las matemáticas como conocimiento y como instrumento de conocimiento que vinculan tanto su conceptualización como disciplina y la aplicación y uso de la misma para resolver problemas y acceder a conocimientos de otros campos.

Por otro lado, en la enseñanza de las matemáticas se pueden identificar algunas tendencias específicas que han incidido en los resultados y formas de hacer por parte de los maestros; citamos algunas de esas tendencias a continuación.

- *Platonismo*

El platonismo considera las matemáticas como un sistema de verdades que han existido desde siempre e independientemente del hombre. La tarea del matemático es descubrir esas verdades matemáticas, ya que en cierto sentido está “sometido” a ellas y las tiene que obedecer (MEN, 1998, p.22).

Las entidades verdaderamente reales –las formas o las ideas- eran los modelos ideales de los objetos del mundo físico o de las situaciones ideales, las cuales el hombre debería esforzarse por alcanzar. Estas formas eran entidades susceptibles de una definición precisa, supratemporales y existían independientemente de la percepción sensible. Tales serían por ejemplo, la idea de “mesa” de la cual las mesas donde comemos o trabajamos no serían más que representaciones imperfectas, las ideas de “uno”, “dos”, “tres” etc., llamadas formas aritméticas; las de “punto”, “recta” etc., llamadas formas geométricas, o todavía las llamadas formas morales, como la idea de “bien”. En las etapas finales de su evolución, Platón restringía sus formas a dos clases: *las matemáticas* y *las morales* (MACHADO, 2001, p.19)

¹ Estándares Curriculares para la Educación. Ministerio de Educación, Colombia.



Lo que pretendemos que sea la realidad concreta, para Platón no era sino un mundo de apariencias. En la antigüedad tuvo gran espacio el pensamiento especulativo, por tanto desde el Platonismo ese mundo de las formas y las ideas sólo puede ser captado por medio de la razón, la razón especulativa.

- *Logicismo*

El logicismo tiene en Leibniz importantes raíces. Esta corriente del pensamiento considera que las matemáticas son una rama de la lógica, con vida propia, pero con el mismo origen y método, y que son parte de una disciplina universal que regiría todas las formas de argumentación. El logicismo propone definir los conceptos matemáticos mediante términos lógicos, y reducir los teoremas de las matemáticas a los teoremas de la lógica, mediante el empleo de deducciones lógicas (MEN, 1998, p.22).

- *Formalismo*

Reconoce que las matemáticas son una creación de la mente humana y considera que consisten solamente en axiomas, definiciones y teoremas con expresiones formales que se ensamblan a partir de símbolos, que son combinados o manipulados de acuerdo con ciertas reglas o convenios preestablecidos. Para el formalista las matemáticas comienzan con la inscripción de símbolos en el papel; la verdad de la matemática formalista radica en la mente humana pero no en las construcciones que ella realiza internamente, sino en la coherencia con las reglas del juego simbólico respectivo (MEN, 1998, p.24)

En la actividad matemática, una vez fijados los términos iniciales y sus relaciones básicas, ya no se admite nada impreciso u oscuro; todo tiene que ser perfecto y bien definido. Las demostraciones tienen que ser rigurosas, basadas únicamente en las reglas del juego deductivo respectivo e independiente de las imágenes que asociemos con los términos y las relaciones.

- *Intuicionismo*

Considera las matemáticas como el fruto de la elaboración que hace la mente a partir de lo que percibe a través de los sentidos y también como el estudio de esas construcciones mentales cuyo origen o comienzo puede identificarse con la construcción de los números naturales.

El principio básico del intuicionismo es que las matemáticas se pueden construir; que pueden partir de lo intuitivamente dado, de lo finito, y que sólo existe lo que en ellas haya sido construido mentalmente con ayuda de la intuición.

- *Constructivismo*



Está muy relacionado con el intuicionismo, pues también considera que las matemáticas son una creación de la mente humana, y que únicamente tienen existencia real aquellos objetos matemáticos que pueden ser contruidos por procedimientos finitos a partir de objetos primitivos.

El constructivismo matemático es muy coherente con la pedagogía activa y se apoya en la psicología genética; se interesa por las condiciones en las cuales la mente realiza la construcción de los conceptos matemáticos, por la forma como los organiza en estructuras y por la aplicación que les da; todo ello tiene consecuencias inmediatas en el papel que juega el estudiante en la generación y desarrollo de sus conocimientos.

Finalmente, basadas en una o varias de las tendencias anteriores, las prácticas tradicionales de enseñanza de las matemáticas se podrían inscribir en modelos o enfoques que toman su nombre según la prioridad que hayan dado a alguno de los componentes básicos del sistema didáctico, es decir según centren su atención en el aprendiz, el maestro o el saber.

Una primera orientación es la “*normativa*”, y se da cuando la acción educativa se centra en el contenido; dando prioridad al conocimiento disciplinar que debe dominar el maestro/a. Bajo esta orientación el profesor es “quien tiene el conocimiento” y se muestra como una autoridad, es quien sabe, “y el que sabe manda”.

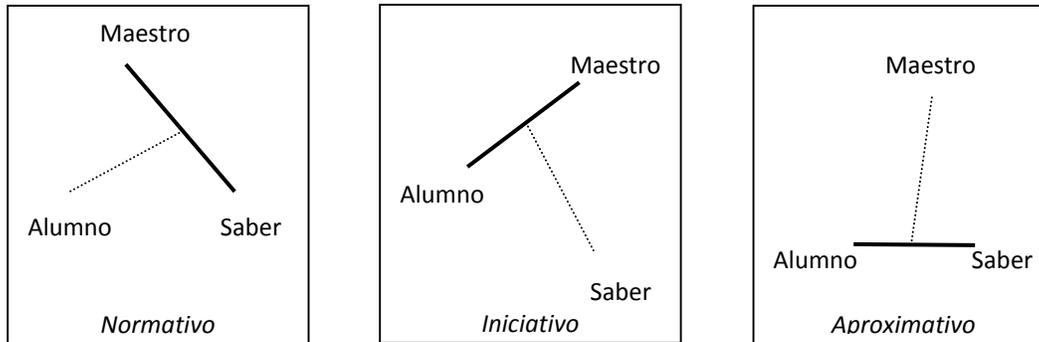
Desde este modelo, según Charnay (1994, p.54) el rol del profesor es aportar, comunicar un saber a los alumnos, su papel se traduce en mostrar las nociones, introducirlas y proveer los ejemplos. El alumno en primer lugar “aprende”, escucha, debe estar atento; luego imita, se entrena, se ejercita y al final aplica. El saber se concibe como ya construido y acabado.

La segunda aproximación es aquella que reafirma la relación entre el alumno y el maestro/a; éste centra su atención en el alumno y en la interacción se “genera” un acuerdo implícito (contrato didáctico) con el aprendiz sobre sus intereses, sus motivaciones, sus necesidades, etc. Charnay (op. cit) señala que bajo este modelo el maestro escucha al alumno, suscita su curiosidad, le ayuda a utilizar fuentes de información, responde a sus demandas, lo remite a herramientas de aprendizaje, busca una mejor motivación, etc. El alumno busca, organiza, luego estudia, aprende (a menudo de manera próxima a lo que es la enseñanza programada). El saber está ligado a las necesidades de la vida y del entorno.

Finalmente, cuando se da un énfasis en la construcción del saber por parte de alumno, se parte de las concepciones y conocimientos previos existentes en él para ponerlas a prueba en vías de mejorarlas, modificarlas o construir otras nuevas, estamos frente a una orientación que se ha denominado como aproximativa. En este caso el papel del maestro es el de orientador, quien organiza diferentes situaciones para estimular la apropiación de conocimientos por parte de los aprendices teniendo en cuenta varias fases (investigación, formulación, validación,



institucionalización). Bajo esta orientación el maestro organiza la comunicación en la clase, propone los elementos convencionales del saber (notaciones, terminología, conceptos, etc.). El educando/a prueba, busca, propone soluciones, las confronta con las de sus compañeros (interacción), las defiende o replantea. El referido autor representa esquemáticamente los tres modelos de la siguiente forma:



Es necesario aclarar que ningún docente utiliza exclusivamente uno de los modelos, no es posible; el acto pedagógico en toda su complejidad utiliza elementos de cada uno de los modelos..., pero, a pesar de todo, cada uno hace una elección, consciente o no y de manera privilegiada, de uno de ellos (Charnay 1994, p.55).

En esa perspectiva, y aras de buscar la cualificación permanente de nuestras prácticas, es necesario hacer elecciones conscientes que nos permitan poner a un mismo nivel los tres componentes del sistema didáctico, con sus particularidades, por supuesto. La acción educativa no sería posible si faltara alguno de ellos. No podemos negar que el maestro ejerce "autoridad" a partir de su acción y su rol, tiene un saber diferente y experiencias para compartir, orienta y acompaña. Sin embargo, no se puede desconocer que los aprendices también tienen experiencias, conocimientos y expectativas que dan pistas para la acción del maestro: *quien enseña aprende y quien aprende enseña*. Igualmente, el saber no tiene un papel de pretexto o secundario en las interacciones educativas, es el motivo del encuentro. *Los aprendices van a la escuela a aprender, a formarse*, por tanto el saber también es fundamental en este proceso. Los tres elementos constituyen un modelo integral que interactúa en un medio social que comprende el contexto mismo de la escuela y el de la sociedad en general.

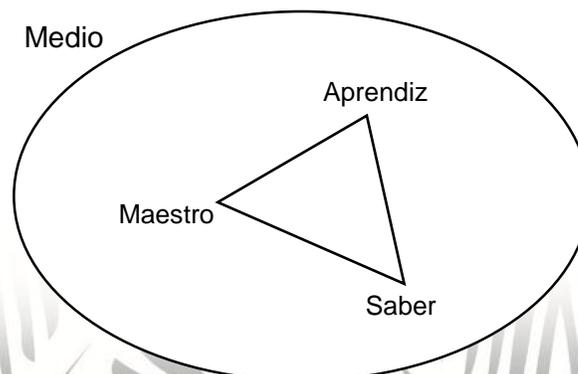


Figura: Sistema Didáctico



Para sintetizar, ampliar y/o aplicar

- Realice una lectura crítica de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (1998), de las páginas 21 a la 25, en las cuales se presentan algunas concepciones acerca de la naturaleza de las matemáticas y sus implicaciones didácticas. Le proponemos realizar una síntesis de esas concepciones y compartirlas en otros espacios académicos como los microcentros, por ejemplo. Los lineamientos curriculares también están disponibles en la página web:

http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-339975_matematicas.pdf, archivo en el cual la lectura propuesta se encuentra entre las páginas 9 y 11.

7.3. Didáctica específica y educación matemática

Revisando sus conocimientos y experiencias

- Comente en algunas líneas lo que es para usted la educación matemática y la didáctica de las matemáticas.
- ¿Conoce algunas teorías o áreas de investigación sobre la educación matemática? En caso afirmativo, escriba algunas ideas sobre las mismas

Desde hace algunas décadas, años 60 aproximadamente, la didáctica viene siendo objeto de diferentes investigaciones en una perspectiva disciplinar. Gradualmente se ha ido dando una transición de la didáctica general heredada de Comenio (Didáctica Magna, 1638) hacia las didácticas específicas. En ese proceso son notorios los avances teórico/prácticos en campos como la didáctica de la lengua, la didáctica de las matemáticas, la didáctica de las ciencias. Inclusive, al interior de esas disciplinas la didáctica se ha ido especializando, se hace cada vez más específica; razón por la cual hoy día hablamos de la didáctica de la geometría o del álgebra en matemáticas; la didáctica de la historia o de la geografía en ciencias sociales, etc.

Sin embargo, aún con todos los avances, todavía se requiere mayor conciencia por parte de la comunidad académica, especialmente por parte de los maestros/as, sobre el hecho de que las didácticas específicas no son prescriptivas, es decir no se trata de recetas que se aplican; se trata de aportes teórico/prácticos y reflexiones que están en la vía de mejorar las prácticas de enseñanza/aprendizaje desde las disciplinas y que dejan como tarea al maestro una revisión crítica de tales aportes y la adaptación a su propia acción educativa. ¿Cómo hacer que los/as educandos/as dominen los conocimientos necesarios para responder a las demandas sociales



actuales? ¿Cómo hacer que se apropien de nuevos conocimientos? son cuestiones siempre vigentes que se debaten desde las didácticas específicas.

Cabe señalar, además, que los avances de las didácticas específicas no abogan en ningún momento por un abordaje de los contenidos parcializado y cerrado en la misma disciplina, sin relación con otras disciplinas y áreas; por el contrario, desde las disciplinas y su enseñanza deben buscarse puntos de encuentro y complementariedad para comprender la realidad como totalidad. En este sentido, el abordaje interdisciplinario propuesto por la Pedagogía del Texto juega un papel importante, porque además de ocuparse de la comprensión y explicación de los problemas que afectan a los/as aprendices y la sociedad en general, propone la integración/apropiación de los contenidos de las diferentes disciplinas considerando sus didácticas.

Ahora bien, en el ámbito de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas suelen usarse dos expresiones que en algunos casos son utilizadas indistintamente: *Didáctica de las matemáticas (DM)* y *Educación Matemática (EM)*. Preferimos, antes de presentar algunas ideas al respecto, resaltar las diferencias y/o similitudes que sobresalen en la comunidad académica.

En primer lugar encontramos una tendencia que diferencia entre didáctica de las matemáticas y educación matemática. Intuitivamente podemos suponer que la EM comprende un campo más amplio que la DM, por la amplitud que supone el término “*educación*”; sin embargo, la cuestión requiere un poco más de argumentación. Por ejemplo, Pais (2001, p.10) señala:

La Educación Matemática es una gran área de investigación educacional, cuyo objeto de estudio es la comprensión, interpretación y descripción de fenómenos referentes a la enseñanza y aprendizaje de la matemática, en los diversos niveles de la escolaridad, ya sea en su dimensión teórica o práctica.

Además, define la didáctica de la matemática:

como una de las tendencias de la gran área de educación matemática, cuyo objeto de estudio es la elaboración de conceptos y teorías que sean compatibles con la especificidad educacional del saber escolar matemático, procurando mantener fuertes vínculos con la formación de conceptos matemáticos, tanto en nivel experimental de la práctica pedagógica, como en el territorio teórico de la investigación académica.

Igualmente, Rico, Sierra y Castro (2000, p.352) diferencian esas expresiones. Para ellos *la educación matemática* es todo el sistema de conocimientos, instituciones, planes de formación y finalidades formativas que conforman una actividad social compleja y diversificada relativa a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *La didáctica de la matemática* la asumen como la disciplina que estudia e investiga los problemas que surgen en educación matemática y propone actuaciones fundadas para su transformación.



Ahora bien, a pesar de esos intentos de diferenciación, no parece haber un acuerdo general que nos permita ubicar los límites y alcances de una y otra. Además, con esos intentos de diferenciación contrastan otras posturas y situaciones. Por ejemplo Godino (1999, p.106), en su texto "*Hacia una teoría de la Didáctica de la Matemática*" señala que "en el mundo anglosajón se emplea la expresión Mathematics Education" para referirse al área de conocimiento que en Francia, Alemania, España, etc. se denomina "didáctica de la matemática" y por tanto, no habría una diferencia entre estas dos expresiones.

Por otra parte, al analizar los desarrollos de algunos grupos académicos que se han dedicado a la construcción de una disciplina científica que se ocupe de estudiar los fenómenos específicos que surgen en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, encontramos pistas para analizar mejor las implicaciones que encierran las dos expresiones. Por un lado existe una ubicación de las disciplinas referenciales para la Educación matemática. Al respecto, Steiner² (1990) -quien identifica educación matemática y didáctica de la matemática- propone el siguiente diagrama:

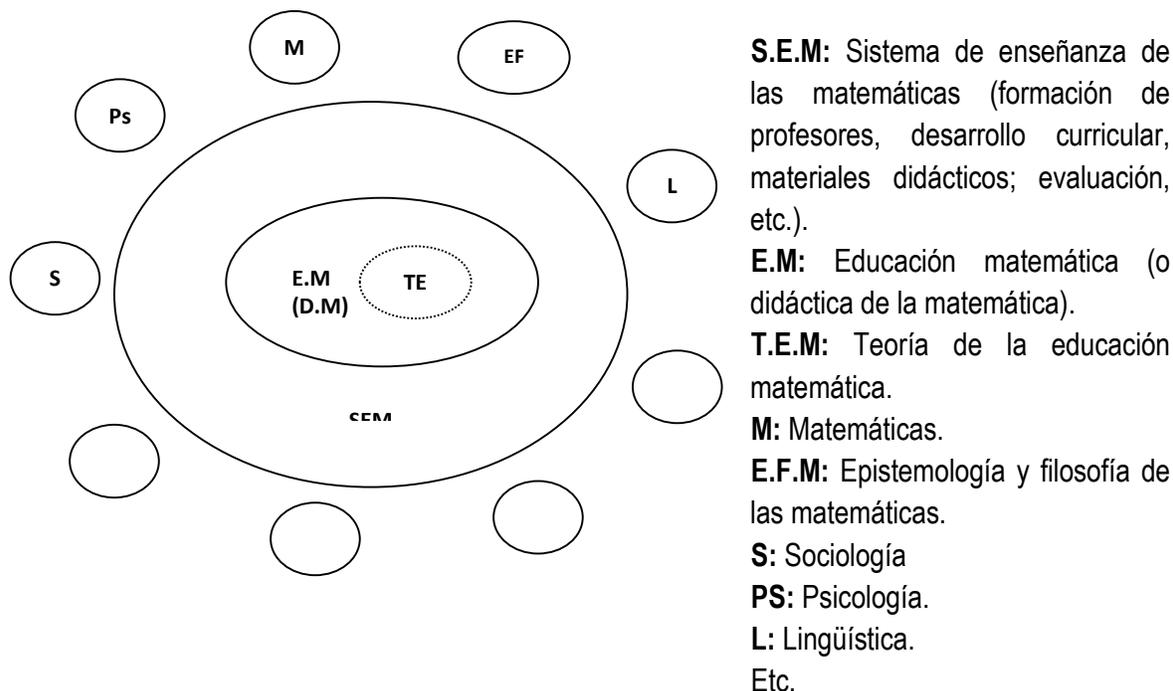


Figura 1: Relaciones de la didáctica de la matemática con otras disciplinas y sistemas (Steiner 1990)

Otro modelo citado por Godino, que nos parece importante principalmente por las preguntas que de él se derivan, es el de Higginson (1980)

² Godino, 1999, p.107

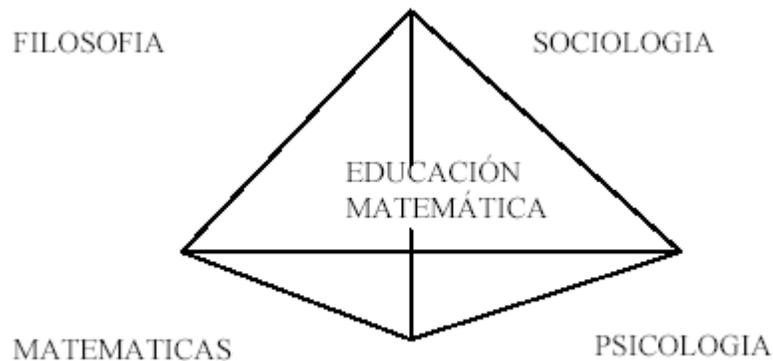


Figura 2: Modelo tetraédrico de Higginson para la Educación Matemática.

Tenemos pues, a partir del modelo, una pregunta amplia para cada una de las disciplinas implicadas:

- ¿Qué enseñar? (matemáticas).
- ¿Por qué? (filosofía)
- ¿A quién y dónde? (sociología)
- ¿Cuándo y cómo? (psicología)

Dada esa ambigüedad en el uso de las dos expresiones, nosotros abogamos por una diferenciación, considerando el campo de la educación matemática más amplio o general y entendiéndola como “todo proceso que se orienta al desarrollo, fundamentación, investigación, comprensión, interpretación y descripción de fenómenos referidos a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en cualquier nivel de la escolaridad” (Henao, 2010, p.2); se trata de una gran área de investigación, en la que actualmente confluyen múltiples aportes (psicológicos, filosóficos, sociológicos, antropológicos, etc.) y grupos académicos y teorías específicas, algunas de las cuales citamos a continuación. Por otro lado, la didáctica de las matemáticas será entonces, para nosotros, un campo más restringido, referido a las interacciones entre los tres componentes básicos del sistema didáctico: aprendices, maestro y saber y más concretamente a la enseñanza y aprendizaje y lo que ello implica.

7.4. Grupos académicos en educación matemática

En el proceso de construcción de esa gran área que asumimos como educación matemática, han participado varios grupos de renombre que lideraron discusiones interesantes en décadas pasadas; algunos de ellos siguen siendo influyentes en la comunidad académica latinoamericana.



- **Teoría de la Educación Matemática (TME).**

Este grupo surge principalmente por iniciativa del profesor Steiner después de las reflexiones planteadas en el V Congreso Internacional de Educación Matemática, celebrado en 1984. Godino (1999, p.121) cita tres componentes derivados de la primera conferencia y del programa que allí surge. Los mismos se presentan brevemente al seguir.

- a) La identificación y formulación de los problemas básicos en la orientación, fundamento, metodología y organización de la Didáctica de la Matemática como una disciplina.
- b) El desarrollo de una aproximación comprensiva a la Didáctica de la Matemática, que debe ser vista en su totalidad como un sistema interactivo, comprendiendo investigación, desarrollo y práctica.
- c) La organización de la investigación sobre la propia Didáctica de la Matemática como disciplina que, por una parte proporcione información y datos sobre la situación, los problemas y las necesidades de la misma, teniendo en cuenta las diferencias nacionales y regionales y, por otra, contribuya al desarrollo de un meta-conocimiento y una actitud auto-reflexiva como base para el establecimiento y realización de los programas de desarrollo del TME.

En las siguientes conferencias celebradas se abordaron aspectos relacionados con la profundización de los tres componentes anteriores y cuestiones como el fundamento y la metodología de la educación matemática, el papel y las implicaciones de la investigación en educación matemática en y para la formación de los profesores, dado el desfase considerable existente entre la enseñanza y el aprendizaje, etc. Además se destaca que en la quinta conferencia celebrada en 1991 en Paderno del Grappa (Italia), se presentó un informe preliminar de una encuesta propuesta en la conferencia anterior (México, 1990), la cual estaba orientada a conocer los distintos programas de formación de investigadores en educación matemática en el seno de una muestra significativa de universidades en el mundo tanto en el nivel de doctorado como de maestría.

Como se puede apreciar hubo bastante interés y avances por parte del grupo TME, en el campo de investigación de la educación matemática; sin embargo, Godino (1999, p.123) señala que “no resulta fácil apreciar en ellos un avance en la configuración de una disciplina académica, esto es, una teoría de carácter fundamental que establezca los cimientos de una nueva ciencia por medio de la formulación de unos conceptos básicos y unos postulados elementales”.

- **Filosofía de la Educación Matemática.**

Desde 1990 se consolida este grupo que lleva por nombre *Philosophy of Mathematics Education* liderado por Paul Ernest. Los investigadores retomaron cuestiones teóricas que venían siendo trabajadas por el TME y centraron su atención, como su nombre lo indica, en la filosofía de la



educación matemática. En esencia, fue concebida una red con múltiples publicaciones cuyos objetivos principales, citados igualmente por Godino en otro texto (s.d), son:

- Explorar los desarrollos actuales en la filosofía de las matemáticas y otras perspectivas humanísticas de las matemáticas.
- Explorar las perspectivas filosóficas de la educación matemática, y hacer que la reflexión filosófica alcance una consideración similar que las restantes disciplinas de la educación matemática.
- Constituir una red internacional abierta de personas interesadas en ésta área temática, interpretada de manera amplia, y proporcionar oportunidades para el intercambio y el avance de las ideas y perspectivas.
- Estimular la comunicación informal, el diálogo y la cooperación internacional entre los profesores, investigadores y demás personas comprometidas en las investigaciones y reflexiones de naturaleza teórica y filosófica sobre las matemáticas y la educación matemática.

- **Psicología de la Educación Matemática (PME).**

Este grupo de orientación psicológica, que aborda múltiples aspectos de la educación matemática, fue creado en el Segundo congreso Internacional de Educación Matemática (ICME). Los principales aspectos sobre los cuales interviene esta propuesta, en palabras de Vernaud citado por Godino (1999, p.125) serían las siguientes:

- El análisis de la conducta de los estudiantes, de sus representaciones y de los fenómenos inconscientes que tienen lugar en sus mentes.
- Las conductas, representaciones y fenómenos inconscientes de los profesores, padres y demás participantes.

De un modo más especial, en este grupo se analizan cuatro tipos de fenómenos cuyo estudio desde una aproximación psicológica puede ser fructífero:

- La organización jerárquica de las competencias y concepciones de los estudiantes.
- La evolución a corto plazo de las concepciones y competencias en el aula.
- Las interacciones sociales y los fenómenos inconscientes.
- La identificación de teoremas en acto, esquemas y símbolos.

- **La Escuela Fundamental Francesa**

Esta escuela es importante para centrar las reflexiones en didáctica de las matemáticas. Desde su línea de investigación se ha logrado definir un objeto de estudio y construir conceptos propios, algunos de los cuales son considerados en la fundamentación del enfoque de la Pedagogía del Texto.



La actividad investigativa en didáctica de las matemáticas por parte de la Escuela Fundamental tiene sus orígenes alrededor de los años 60 en “Los Institutos de Investigación sobre la Enseñanza de las Matemáticas (IREM)³. En estos grupos se planteó como actividad fundamental la investigación científica de los procesos que tienen lugar en el dominio de la enseñanza escolar de las matemáticas. A partir de ese tiempo hasta nuestros días las investigaciones se han hecho más relevantes y se ha intentado construir un marco conceptual autónomo en cuanto a la didáctica de las matemáticas.

En este contexto Brousseau (citado por Godino 1999, p.131), define la didáctica de las matemáticas “como una ciencia que se interesa por la producción y comunicación de los conocimientos matemáticos, en lo que esta producción y esta comunicación tiene de específico de los mismos”.

El referido autor (Brousseau) señala que se puede desarrollar una ciencia que considere los fenómenos didácticos teniendo en cuenta las relaciones que se dan entre los componentes del sistema didáctico; es decir, entre los educandos/as, los profesores/as y el saber. En ese contexto, Brousseau también toma en consideración el “medio” que está formado por el subsistema sobre el cual actúa el alumno/a (materiales, juegos, situaciones didácticas, etc.)

Según esta perspectiva, uno de los principales problemas que se presenta en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y podríamos ampliarlo a las demás disciplinas, es el hecho de no plantear a los/as educandos/as la responsabilidad de aprender, de construir por sí mismos el conocimiento (que sean autónomos), no se establece por parte de ellos/as una relación adecuada con el saber. Los educandos/as trabajan más en función del profesor/a, que en función de comprender y resolver una situación problemática concreta. A partir de este análisis Brousseau propone el concepto de “repersonalización” o “devolución” que se basa en que el alumno debe construir el conocimiento confrontando ámbitos que representan problemas, adaptar los conocimientos y hacerlos evolucionar. Así, la función del educador/a es hacer que los/as educandos/as se apropien y se responsabilicen de un problema; es decir, de buscar estrategias que los lleven a la comprensión y solución del mismo.

La didáctica de las matemáticas también estudia la situación didáctica, la cual es definida por Brousseau (citado en Gálvez, 1994, p.42) como:

un conjunto de relaciones establecidas explícita o implícitamente entre un alumno o grupo de alumnos, un cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución.

³ “Les Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques”³ (IREM).



Los investigadores que siguen esta orientación, analizan el funcionamiento de las situaciones didácticas identificando sus características, con el propósito de saber cuáles son determinantes en la evolución del comportamiento y en la apropiación de conocimientos por parte de los/as aprendices. Gálvez (*Ídem*, p.43) describe la clasificación que Brousseau hace sobre las situaciones didácticas de la siguiente forma:

Situaciones de acción. En las que se genera una interacción entre los alumnos y el medio físico. Los alumnos deben tomar las decisiones que hagan falta para organizar su actividad de resolución del problema planteado.

Situaciones de formulación. Cuyo objetivo es la comunicación de informaciones, entre alumnos. Para esto deben modificar el lenguaje que utilizan habitualmente, precisándolo y adecuándolo a las informaciones que deben comunicar.

Situaciones de Validación. En las que se trata de convencer a uno o varios interlocutores de la validez de las afirmaciones que se hacen. En este caso, los alumnos deben elaborar pruebas para demostrar sus afirmaciones. No basta la comprobación empírica de que lo que dicen es cierto; hay que explicar que, necesariamente, debe ser así.

Situaciones de institucionalización. Destinadas a establecer convenciones sociales. En estas situaciones se intenta que el conjunto de alumnos de una clase asuma la significación socialmente establecida de un saber que ha sido elaborado por ellos en situaciones de acción, de formulación y de validación.

Las situaciones de acción favorecen el surgimiento de teorías (implícitas) que después funcionarán en la clase como modelos. El profesor realiza una actividad una o dos veces (generalmente un juego) y luego sus educandos/as la realizarán. Los alumnos juegan en parejas por ejemplo, e intentan descubrir una estrategia.

Las situaciones de formulación contribuyen con la adquisición de modelos y lenguajes explícitos. El maestro orienta a sus alumnos buscando que puedan actuar mediante una organización. Las situaciones de validación requieren de los alumnos la explicitación de pruebas. El maestro organiza de nuevo su clase, todo el grupo es invitado a reflexionar. El maestro se mostrará neutral, será el “árbitro” del debate que hacen los estudiantes. Finalmente, en las situaciones de institucionalización que tienen por finalidad establecer, dar un “status” oficial a algún conocimiento aparecido durante la actividad de la clase; el profesor debe analizar qué conocimientos son útiles y hacen que el educando desarrolle nuevos conocimientos.

Los conceptos más importantes que se han desarrollado desde esta escuela y que valdría la pena profundizar son: Transposición didáctica, Contrato didáctico, Obstáculos didácticos, Efectos didácticos, Ingeniería Didáctica, etc.

A modo de conclusión, es importante señalar que la didáctica de las matemáticas desde la perspectiva de la escuela fundamental francesa no es prescriptiva sino descriptiva. Ella pretende



comprender cómo funciona el sistema didáctico en una situación de enseñanza y aprendizaje concreta; por ejemplo, puede estudiar cómo enseñar una operación aritmética como la multiplicación y en este caso cuál es el rol del profesor y cuál el del estudiante. Entendida así, la didáctica de las matemáticas no sugiere métodos que son aplicados a la manera de recetas.

7.5 Algunas áreas de referencia para la profundización

A continuación citamos, de manera general, algunas áreas de investigación que vienen logrando desarrollos importantes en el marco de la educación matemática y que consideramos un referente de interés en la construcción de la propuesta para la inclusión y enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en diferentes niveles de la escolaridad. Aunque son diversas las fuentes, en nuestras prácticas de alguna manera nos hemos acercado un poco más en tres campos específicos, a saber, la etnomatemática, la perspectiva crítica y la teoría cultural de la objetivación⁴. En este sentido motivamos a los maestros/as a ampliar su lectura en estos campos y realizar valoraciones críticas que les permitan una confrontación de sus propias prácticas para cualificarlas permanentemente.

- **Etnomatemática**

La etnomatemática comprende el conocimiento matemático en acto, en sus usos cotidianos en las diferentes culturas y grupos sociales, de ahí la idea de que no podemos hablar de una sola matemática universal. D'Ambrosio (2001, p.9) uno de los principales promotores de esta teoría, la define de la siguiente forma:

La etnomatemática es la matemática practicada por grupos culturales, tales como comunidades urbanas o rurales, grupos de trabajadores, clases profesionales, niños de cierta edad, sociedades indígenas y otros tantos grupos que se identifican por objetivos y tradiciones comunes a los grupos.

Se trata pues de un reconocimiento de los saberes y prácticas que involucran el conocimiento matemático, que en muchos casos no coinciden con el conocimiento hegemónico occidental. Las prácticas de la etnomatemática están orientadas al desarrollo y la investigación del pensamiento matemático de personas iletradas, pueblos indígenas y afro-descendientes así como de grupos laborales, entre otros. La etnomatemática está pensada como un gran programa con unos fines sociales y políticos específicos como bien lo expresa el siguiente comentario, que encontramos en un artículo del referido autor, publicado en el año 2000, en el libro “*Las Matemáticas del siglo XX. Una mirada en 101 artículos*”.

⁴ Otros enfoques como el ontosemiótico y socioepistemológico de la EM liderados por los profesores Juan D. Godino, en España y Ricardo Cantoral en México, respectivamente, también sugieren aportes interesantes.



El programa de etnomatemática tiene su origen en la naturaleza del conocimiento matemático, esto es, en su epistemología, y su historia, con una visión más amplia. Por su acción pedagógica intrínseca, se trata de un programa motivado por el compromiso de cumplir con una de las responsabilidades mayores de un educador, cual es la de construir las bases de una nueva civilización que rehace la falta de equidad, la arrogancia y el fanatismo. Sólo se puede lograr esa nueva civilización a través de la redención de las culturas que han sido subordinadas durante mucho tiempo, dando prioridad al fortalecimiento de los sectores de sociedades excluidas (p.439).

Esta perspectiva, por supuesto, tiene implicaciones en la enseñanza “inclusiva” de las matemáticas, al trabajar en poblaciones y en contextos diversos.

- **Enfoque Crítico, perspectiva socio-política**

La perspectiva socio-política asume “la educación matemática como un campo de estudio de los procesos sociales, históricamente situados, a través de los cuales seres humanos concretos se involucran en la creación y recreación de diversos tipos de conocimiento y razonamiento asociado con las matemáticas” (Valero, 2007, p.2). Una tal perspectiva tiene múltiples implicaciones, parafraseamos algunas, propuestas por la investigadora citada.

- las matemáticas no son neutrales, sino que son un poder usado por los individuos de manera ideológica en contextos diversos.
- las matemáticas son diversas y están asociadas a prácticas sociales y culturales también diversas (etnomatemática).
- la práctica no se define exclusivamente en términos de pensamiento individual, los problemas generados en la misma, están también en la manera como se construyen las ideas sobre lo que es legítimo como acción y como pensamiento.
- la investigación de las prácticas requiere un examen profundo del poder en relación con la educación matemática.
- los contextos de investigación sobre los problemas que genera la educación matemática van más allá de las aulas de clase.

Esta teoría, para nosotros, tiene implicaciones importantes en relación con las posibilidades de empoderamiento que puede ofrecer el conocimiento matemático cuando el mismo es pensado desde la promoción, desarrollo e inclusión de las comunidades que históricamente han sido, de alguna manera, privadas de conocimientos universales útiles.



- **Teoría cultural de la objetivación**

En palabras de su principal promotor (Radford, 2006), la teoría cultural de la objetivación es una teoría de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas que se inspira de escuelas antropológicas e histórico-culturales del conocimiento. Dicha teoría se apoya en una epistemología y una ontología no racionalistas que dan lugar, por un lado, a una concepción antropológica del pensamiento y, por el otro, a una concepción esencialmente social del aprendizaje. Dentro de esta teoría los aportes de Vigotsky, Luria y colaboradores tienen una incidencia importante.

En términos generales, las teorías histórico-culturales, entre las que se incluye la teoría cultural de la objetivación, postulan que el conocimiento se adquiere en una perspectiva social en oposición a una adquisición mentalista individualizada. La orientación hacia lo social en la investigación en Educación Matemática está inmersa en esas “teorías que conciben la creación de significado, el pensamiento y el razonamiento como productos de una actividad social” (Lerman, 2000^a, p.23, por Font, 2002, p.130). En la teoría cultural de la objetivación, el aprendizaje es tematizado como “adquisición comunitaria de formas de reflexión del mundo guiadas por modos epistémico-culturales históricamente formados” (Radford, 2006: 105). Siguiendo las ideas del autor, diremos que el pensamiento, y por tanto el aprendizaje, son reflexiones mediatizadas del mundo. Ya Vigotsky, hace casi un siglo, abordó en detalle el papel que juegan ciertos “instrumentos”, especialmente el lenguaje, en el desarrollo del pensamiento. Para la educación matemática esta perspectiva toma cada vez mayor fuerza:

En otras aproximaciones teóricas que han venido cobrando mayor vigencia en dominios como la antropología, la sociología, la epistemología, dominios que han tenido influencia en la Educación Matemática estos últimos años, el sujeto no es pensado en relación directa con el objeto de conocimiento. Si bien es cierto que el pensamiento es siempre pensamiento acerca de algún objeto -lo que servía a Kant para recordarnos que el pensamiento sin contenidos es imposible- la relación entre sujeto y objeto se concibe como relación mediada. (Radford, 2000, p.7)

El autor es enfático cuando señala que para la teoría de la objetivación el aprendizaje no consiste en construir o reconstruir un conocimiento, sino que se trata de “dotar de sentido a los objetos conceptuales que encuentra el alumno en su cultura (2006, p.113) y que la adquisición del saber es un proceso de elaboración activa de significados. Como fundamento de la teoría, se profundizan aspectos como el saber depositado en los artefactos culturales, los cuales son considerados como fuentes importantes para el aprendizaje pero no exclusivos, igualmente se da una importancia a la interacción social vista como más que la negociación de significados. “En lugar de desempeñar una función meramente de adaptación, de catalizadora o de facilitadora, en la perspectiva teórica que estamos esbozando la interacción es consustancial al aprendizaje” (p.114).



Aunque con las síntesis anteriores no podemos sino dar cuenta parcial de esas teorías, por lo menos se hace notar que las mismas ofrecen miradas interesantes para el análisis de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en la educación de adultos en nuestro caso.

Para sintetizar, ampliar y/o aplicar

- Realice un rastreo bibliográfico en una biblioteca universitaria o en internet, sobre las propuestas de los autores citados en este bloque.
- Realice una síntesis sobre esas propuestas o discusiones que pueda discutir en otros espacios con sus colegas.

7.5. Redes, mesas y grupos de investigación

Para terminar este breve recorrido sobre la educación matemática y sus ámbitos de actuación, resaltamos la importancia que tienen en nuestro medio los grupos de investigación, las mesas, las redes y los espacios de encuentro y reflexión que se han ido diversificando en los últimos años y a los cuales se convocan los educadores matemáticos de todos los niveles y espacios geográficos. Las posibilidades de encuentro y de socialización de experiencias son diversas, gracias, entre otras cosas a las tecnologías de la información y la comunicación.

A nivel local encontramos grupos de investigación que se enfocan en temas o problemáticas específicas de la educación matemática y que funcionan desde algunas universidades en el marco de las licenciaturas, maestrías y/o doctorados; también se cuenta con espacios como las Mesas de matemáticas municipales y la Mesa de matemáticas de Antioquia que agrupa mesas municipales del departamento, de las cuales participan especialmente maestros del sector oficial; también en algunas Instituciones Educativas han ido aumentando los trabajos colaborativos y reflexiones entre los docentes del área.

A nivel nacional se destacan encuentros impulsados por universidades importantes, así como el encuentro nacional (con invitados internacionales) que anualmente realiza la Asociación Colombiana de Matemática Educativa (Asocolme). Igualmente cabe citar las redes que convocan a educadores/as de diferentes departamentos y que profundizan es aspectos específicos de la educación matemática. Un caso particular es el de la Red Colombiana de Modelación Matemática por ejemplo. Los escenarios y posibilidades en el país son diversos.

En el contexto latinoamericano podemos contar, entre otras, la Red Latinoamericana de Etnomatemática y encuentros como la Conferencia Interamericana de Educación Matemática - CIAEM, la Conferencia Latinoamericana de Matemática Educativa - CLAME, entre otros; encuentros que se realizan, cada vez, en países y ciudades diferentes.



No sobra recordar que las posibilidades de interacción y profundización en el campo de la educación matemática no se agotan en lo que hemos presentado a manera de ejemplos, pues a nivel mundial los movimientos y desarrollos son cada vez mayores y diversos. Así mismo, la publicación de libros, revistas y memorias de eventos han ido aumentando progresivamente, situación que permite a los interesados la actualización permanente aun en la distancia. Queda pues como compromiso de cada educador su propia formación permanente, asumiendo una postura crítica frente a los diferentes espacios y materiales que circulan.

8. Bibliografía

- ALCALÁ, M. (2002). La construcción del lenguaje matemático. Barcelona: Graó.
- BACHELARD, G. (2004). La formación del espíritu científico. México: Siglo XXI.
- BISHOP, A. (1999). Enculturación Matemática. La educación matemática desde una perspectiva intercultural. España: Paidós.
- BRUN, J. (1996). Didactique des mathématiques. Lausanne (Switzerland): DElachaux et niestlé.
- CHARNAY, R. (1994). Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En: Didáctica de matemáticas, aportes y reflexiones. Argentina: Paidós Educador.
- CHEVALLARD, Y.; BOSH, M.; GASCÓN, J. (2001). Estudiar matemáticas. O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artmed Editora.
- COTA, G.; MUGRABI, E. (2002). A Pedagogia do texto e a interdisciplinaridade. Texto originalmente apresentado sob forma de conferencia no II seminário Internacional sobre o ensino-aprendizagem de línguas e de ciências sociais, organizado pelo Instituto para o Desenvolvimento e Educação de adultos (IDEA), na cidade de Genebra, em 2002.
- D'AMBROSIO, U. (2000). Las dimensiones políticas y educacionales de la etnomatemática (p.439-442). En: Las Matemáticas del siglo XX. Una mirada en 101 artículos. España: Editorial Nivola.
- D'AMBROSIO, U. (2001). Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade. Colección: Tendencias en educación matemática. Belo Horizonte: Autêntica.
- DIAZ, M. (1979). Diccionario Básico de Matemáticas. Madrid: Anaya.
- FAUNDEZ, A.; Correa, E. (1999). Las matemáticas en el proceso de educación de los jóvenes y de los adultos. Cuadernos Pedagógicos, matemática 1. IDEA América Latina, CLEBA, Medellín.
- FONT, V. (2002). Una organización de los programas de investigación en didáctica de las matemáticas. En: Revista EMA, vol. 7, nº 2, 127-170.
- GALVEZ, G. (1994). La didáctica de las matemáticas. En C. Parra; I. Saiz. (Eds.), Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones. (pp.39-50). Argentina: Paidós Educador.
- GODINO, J.; et al. (1999). Área de conocimiento didáctica de la matemática: Matemáticas: cultura y aprendizaje. España: Editorial Síntesis.
- GODINO, J. (1999). Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. Documento de trabajo del curso de doctorado "Teoría de la Educación Matemática". Departamento de didáctica de la matemática. Universidad de granada.
- GUTIÉRREZ, Á. (editor). (1999). Área de conocimiento Didáctica de la Matemática. Madrid: Editorial Síntesis.
- HENAO, E. (2010). ¿Iniciación a los números o educación matemática? Medellín: Corporación Educativa.
- LIZARZABURU, A.; ZAPATA, G. (2001). Pluriculturalidad y aprendizaje de la matemática en América Latina. Experiencias y desafíos. Madrid: Morata.
- MACHADO, N. (2001). Matemática e Realidade. São Paulo: Cortez Editora.
- MACHADO, S. (org.). (2003). Aprendizagem em matemática. Registros de representação semiótica. São Paulo: Papirus.
- MARTÍNEZ, J. (2008). Competencias básicas en matemáticas: Una nueva práctica. España: Wolters Kluwer.
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (1998). Lineamientos curriculares Matemáticas. Áreas obligatorias y fundamentales. Bogotá: Cooperativa Editorial magisterio.
- MUÑOZ, J.; et al. (2007). Competencias y uso social de las matemáticas. España: Graó.
- PAIS, L. (2001). Didática da matemática: Uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica.
- PARRA, C.; Saiz, I. (comps). (1994). Didáctica de matemáticas. Barcelona: Paidós Educador.



- RADFORD, L. (2000). Sujeto, objeto, cultura y la formación del conocimiento. Disponible en: http://laurentian.ca/Laurentian/Home/Departments/School+of+Education+French/Faculty+and+Staff/Luis+Radford/luis_radford_index.htm?Laurentian_Lang=en-CA. Visitado: Mayo de 2011.
- RADFORD, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la de la objetivación. En: Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. México: RELIME (p.103-129).
- RESNICK, Lauren; FORD, Wendy. (1991). La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos. España: Ediciones Paidós.
- RICO, L.; SIERRA, M.; CASTRO, E. (2000). La Didáctica de la Matemática. En L. Rico & D. Madrid (Eds.), Fundamentos didácticos de las áreas curriculares (pp. 351-406). Madrid: Editorial Síntesis.
- VALERO, P. (2007). Investigación socio-política en educación matemática: Raíces, tendencias y perspectivas. Universidad de Aalborg, Dinamarca. Disponible en: http://vbn.aau.dk/files/57368988/Granada_notas.pdf
- VERGNAUD, G. (1990). La teoría de los campos conceptuales. En: Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 10, nº 2, 3, pp. 133-170. Disponible en: http://ipes.anep.edu.uy/documentos/curso_dir_07/modulo2/materiales/didactica/campos.pdf.
- VYGOTSKI, L. (1993). Problemas de psicología general: Obras escogidas II. Madrid: Visor.
- VYGOTSKI, L. (1995) Problemas del desarrollo de psique: Obras escogidas III. Madrid: Visor